IBSU

შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტი
კომპიუტერული ტექნოლოგიებისა და საინჟინრო საქმის ფაკულტეტი
კომპიუტერული მეცნიერების პროგრამა

დროითი მწკრივების სპექტრების შეფასების სპექტრალური გარჩევადობის გაუმჯობესების არაპარამეტრული მეთოდის შემუშავება

დავით დათუაშვილი

ინჟინერიის დოქტორი ინფორმატიკაში სადოქტორო დისერტაციის
ავტორეფერატი

თბილისი, 2016

სამეცნიერო ხელმძღვანელი:

ალექსანდრე მილნიკოვი

შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტის პროფესორი, დოქტორი

(ხელმძღვანელის ხელმოწერა)

ექსპერტები (სახელი, გვარი & აკადემიური წოდება):

1. პროფესორი ირაკლი როდონაია
2. ასოც.პროფ.დოქტ მეჰთაფ ერგუვენი.

ოპონენტები (ექსპერტები (სახელი, გვარი & აკადემიური წოდება):

1. პროფესორი გურამ ლეჟავა
2. პროფესორი ალექსანდრე ედიბერიძე
3. ასოც.პროფ.დოქტ. ნურლან ატაბაევი

(არსებობის შემთხვევაში)

შესავალი

დროითი მწკრივების მოდელირება, ანალიზი და პროგნოზირება წარმოადგეს ერთ-ერთ ყველაზე აქტუალურ თემას დღესდღეობით,რადგან მას გააჩნია უზარმაზარი გამოყენება თითქმის მეცნიერების ყველა სფეროში,საინჟინრო ამოცანებში,ეკონომიკაში და ფინანსებში,ანუ ყველგან სადაც კი ჩვენ გვიწევს ექპერიმენტალური გზით მიღებული მონაცემების ანალიზი და გადაწყვეტილებების მიღება საჭიროებისამებრ.არსებობს სხვადასხვა ტიპის შემთხვევითი პროცესები(პროცესები რომლებიც შეიცავენ ტრენდებს, პროცესები რომლებიც წარმოადგენენ სტაციონარულ მწკრივებს, ერგოდიული შემთხვევითი პროცესები, წმინდა შემთხვევითი პროცესები და ასე შემდეგ) ,მაგრამ ჩვენთვის განსაკუთრებით საინტერესოა და პრაქტიკაში უმნიშვნელოვანესი ადგილი უჭირავს ისეთ პროცესებს, რომლებიც წარმოდგენილნი არიან დეტერმინისტული პერიოდული კომპონენტებისგან, მათ უამრავი გამოყენება აქვთ მეცნიერების სხვადასხვა დარგში, ეკონომიკის და ფინანსებში,რადგან უმნიშვნელოვანესი ასეთი მოდელების იდენტიფიკაცია და პროგნოზირება. (Bartlett, 1987), (Box & Jenkins, 1976), (Brillinger, 1975), (Brockwell & Davis, 2009), (Chatfield, 1996), (Granger, 1964), (Hamilton, 1994)

სპექტრის შეფასებები და დროითი მწკრივების მოდელირება განსაკუთრებით საინტერესოა როცა მოცემული მწკრივი მოცემული როგორც სასრული რაოდენობის დეტერმინისტული პერიოდული კომპონენტებისა და თეთრი ხმაურის ჯამის სახით

$$x(t) = \sum_{j=1}^{m} A_j e^{2\pi i f_j t} + w(t), \qquad (1)$$

სადაც A_j- არის ამპლიტუდა j ური კომპონენტის

f_j-არის სიხშირე j-ური კომპონენტის

m-პერიოდული კომპონენტების რაოდენობა

w (t)-არის პერიოდული კომპონენტებისგან დამოუკიდებელი შემთხვევით სიდიდე

იგივე მოდელი დისკრეტულ ფორმაში გადმოიცემა ასეთი სახით

$$x[n] = \sum_{j=1}^{m} A_j e^{2\pi i f_j n T_s} + w(nT_s), \qquad (2)$$

სადაც n- არის მიმდინარე ანათვალი;

A_j-ამპლიტუდა j-ური კომპონენტის

f_j-მისი სიხშირე

Ts-დროითი ინტერვალი მოსაზღვრე დროითი პერიოდს შორის

(fs=1/Ts_ამორჩევის სიხშირე).

w (nT_s) - დამოუკიდებელი შემთხვევითი სიდიდე

უმთავრესი ამოცანა ზევით მოცემული მწკრივის ანალიზის არის m, A_j და f_j პარამეტების გამოკვლევა,რომელიც წარმოადგენს პერიოდულობის იდენტიფიცირების ამოცანას. პრაქტიკული თვალსაზრისით,მას გააჩნია მრავალმხირვი გამოყენება მეცნიერების სხვადახვა მნიშვნელოვან მიმართულებებში და ტექნოლოგიებში ,მაგალითად ობიექტების ექსპლუატაციის რეზონანსული მოვლენების დაფიქსირებაში,რადიოლოკაციებში სიგნალების დაფიქსირებაში, და ასე შემდეგ.

ძირითადი სირთულეს რომელსაც ვაწყდებით 2 ტიპის დროითი მწკრივებში სპექტრის შეფასებისა და პარამეტრების დადგენის დროს არის ის რომ შემთხვევითი დროითი მწკრივი, რომელიც წარმოდგენილი მოცემული ფორმით სახით არ წარმოადგენს სტაციონარულ მწკრივს რადგან ისინი შეიცავენ დეტერმისტულ პერიოდულ კომპონენტს და ამ კომპონენტების არსებობა გამოწვევს ფურიერის გარდასახვის შესაბამისი არასაკუთრივი სინგულარული ინტეგრალის განშლადობას.ასეთი სახის პრობლემები დამახასიათებელია უამრავლესი სტაციონარული პროცესებისთვის, სწორედ ამიტომ გამოიყენება არა თვითონ სტაციონარული პროცესის ფურიერის გარდასახვა, არამედ ამ პროცესის ავტოკორელაციის ფუნქციის ფურიერის ინტეგრალი.სწორედ ამიტომ ასეთი ტიპის პროცესების ანალიზისთვის გამოიყენება არა მათი სპექტრი, არამედ სიმძლავრის სპექტრი რომელიც წარმოადგენს მოცემული მწკრივის ავტოკორელაციური ფუნქციის ფურიერის გარდასახვას.თუ პროცესი არის სტაციონარული,მაშინ დროითი წანაცვლებასთან ერტად, ავტოკორელაციური ფუნქცია სწრაფად კლებულობს , რაც უზრუნველყოფს კიდეც მოცემული ფუნქციის ფურიერის გარდასახვის კრებადობისთვის,მაშინ როცა თვითონ მწკრივისთვის ის შეიძლება იყოს[1].

[1].კორელაციური ფუნქციის ეს თვისება შეიძლება გამოყენებული იქნეს სტაციონარულობის დასადგენად უფრო ფართო გაგებით

უკანასკნელი გარემოება განპირობებულია სტაციონარული პროცესის ალბათური ბუნებით.დროითი წანაცვლების გაზრდასთან ერთად, მცირდება კორელაცია წანაცვლების ინტერვალის შესაბამის მნიშვნელობებს შორის, ამიტომ ავტოკორელაციის ფუნქცია სწრაფად კლებულობს და ეს კლებადობა განაპირობებს ფურიერის გარდასახვის კრებადობას. სტაციონარული პროცესების თეორემაში, არსებობს ცენტრალური ვინერ-ხინჩინის თეორემა, რომელიც განსაზღვრავს პირობას სიმძლავრის სპექტრის კრებადობის, რადგან უმრავლესი პრაქტიკული ამოცანებისთვის, სიმძლავრის სპექტრი უფრო მნიშვნელოვანია ვიდრე სტაციონარული პროცესის სპექტრი (Bloomfield, 2000), (Pisarenko, 1973), (Box & Jenkins, 1994), (Bracewell, 2000)

ვინერ-ხინჩინის თეორემის განსაზღვრული სიმძლავრის სპექტრის არსებობის პირობები არ კმაყოფილდება ისეთი სიგნალებისთვის ,რომლებიც შეიცავენ პერიოდულ დეტერმინისტულ კომპონენტებს,მაგალითად განვიხილოთ შემდგომი უმარტივესი გარმონიული სიგნალი

$$x(t) = A_1 \sin(\omega_0 t + \varphi),$$

სადაც პარამეტრები $A_1, \omega, \varphi -$ არიან არაშემთხვევითი რეალური მნიშვნელობები

ცნობილია , რომ ავტოკორელაციური ფუნქციას ამ სიგნალისთვის ექნება შემდგომი ფორმat

$$x(t) = \frac{A_1^2}{2} \cos \omega_0 \tau,$$

სადაც, $\tau -$ არის დროითი წანაცვლება

ცხადია რომ ავტოკორელაციის ფუნქცია აგრეთვე პერიოდულია და მისი ფურიერის გარდასახვა ანუ სიმძლავრის სპექტრი წარმოადგენს ორ დირაკ-დელტი ფუნქციების ჯამს

$$s(\omega) = \frac{A_1^2}{2} \left[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0) \right].$$

ასეთი ტიპის სიგნალებისთვის რომლებიც შეიცავენ პერიოდულ დეტერმინისტულ კომპონენტებს, ფურიერის ინტეგრალი არ არსებობს სტანდარტული ფუნქციების კლასებში, გარდა ამისა , ამ ტიპის სიგნალებისთვის დაკვირვების ხანგრძლივობა არის სასრული რომელიც იწვევს გარკვეული სახის

დამახინჯებებს მათი სიმძლავრის სპექტრის შეფასების დროს(ეგრეთ წოდებული ფანჯრების პრობლემა)

დროითი მწკრივებისთვის რომელბიც წარმოადგენენ მათი წარმომშობი პროცესების სასრულ ანათვალს,შესაძლებელია გამოითვალოს ფურიერის გარდასახვა დისკრეტული ფურიერის მეთოდით, რადგან დროითი მწკრივი არის ზოგადად n-განზომილებიანი ვექტორი და გარდასახვის მატრიცა არის უნიტარული მატრიცა რომლის რანგი უდრის n-ს, ეს ნიშნავს რომ ბუნებრივად არ არსებობს კრებადობის პრობლემა.შემდგომში დისკრეტული ფურიერის გარდასხვას იმ მწკრივებისთვის რომლებიც შეიცავენ პერიოდულ დეტერმირებულ კომპონენტებს ჩვენ ვუწოდებთ ფსევდოსპექტრს, რათა ხაზი გავუსვათ მათ პრინციპულ განსხვავებას სტაციონარული პროცესების სპექტრებისგან. (ფსევდოსპექტრის დეტალური განმარტება მოცემულია პარაგრაფ 2.2 ში (Box & Jenkins, 1994), (Bracewell, 2000)

ფსევდისპექტრების შეფასების მეთოდები დაფუძნებულები არიან ავტოკორელაციური მატრიცის სინგულარული მნიშვნელობებისა და სინგულარული ვექტორების ანალიზე.ასეთი ანალიზის დროს უმთავრეს პრობლემას წარმოადგენს პერიოდული დეტერმინისტული კომპონენტების გარჩევადობა მაშნ როდესაც ეს კომპონენტები ახლოს არიან ერთმანეთთან ამპლიტუდებისა და სიხშრეების მხრივ და ამ გარჩევადობის პრობლემას ჰქვია ფსევდისოექტრალური გარჩევადობა.უნდა აღინიშნოს რომ მიუხედავად არსებული კლასიკური მეთოდებისა,((Multiple Signal Classification (MUSIC), Eigen Values Method და ასე შემდეგ) ეს მეთოდები ხასიათდებიან დაბალ გარჩევადობის უნარით, რადგან ახლოს მდგარი პერიოდული დეტერმინირებული კომპონენტების შემთხვევაში ავტოკორელაციის მატრიცისთვის დამახასიათებელია გადაგვარების პრობლემა(ისინი ცუდად არიან განპირობებული),რაც მკვეთრად ამცირებს მათ გარჩევადობის უნარს და მათი გარჩევადობის უნარი მნიშვნელოვნად კლებულობს. (Laning & Battin, 1976), (Kay, 1993), (Hannan, 1970)

პრობლემის განსაზღვრა

დროითი მწკრივების ანალიზი და განსაკუთრებით პერიოდული დეტერმინისტული კომპონენტების შემცველი მწკრივების ანალიზი რომლებიც შეიცავენ ხმაურის

უმნიშვნელოვანესია მეცნიერების სხვადასხვა დარგებში: მაგალითად რადარების ტექნოლოგიებში, ფინანსებში, სხვადასხვა საინჟინრო ამოცანებში და ასე შემდეგ.სინუსოიდული მწკრივების ანალიზის დროს განსაკუთრებული ყურადღება ექცევა სპექტრალური გარჩევადობის ამოცანასა და გარჩევადობის ინდექს.მთავარი პრობლემას წარმოადგენს ის ფაქტი რომ ფსევდოსპექტრების შეფასების თანამედროვე არსებული კლასიკური მეთოდები უმრავლეს შემთხვევაში ვერ უზრუნველყოფენ ამპლიტუდების და სიხშირეების მიხედვით ახლოს მდგარი სინუსოიდული კომპონენტების გარჩევადობას.მოცემული პრობლემიდან გამომდინარე, ჩვენი მიზანია ახალი მეთოდის შემუშავება რომელიც მნიშვნელოვნად გააუმჯობესებს გარჩევადობის უნარს დროითი მწკრივების სპექტრების შეფასების დროს და გარდა ამისა შემუშავებული ახალი მეთოდი შეიძლება გამოყენებული იქნას არსებული მეთოდების მიერ სპექტრის და ფსევდოსპექტრის შეფასების დროს

თემის აქტუალურობა

სპექტრალური გარჩევადობის ამოცანა ანუ იგივე პერიოდულობის დადგენის ამოცანა ძალიან მნიშვნელოვან ადგილს იკავებს თანამედროვე მეცნიერებაში.დაწყებული რადარების ტექნოლოგიებიდან, გაგრძელებული ეკონომიკურ პროცესებში.მაგალითად იმ პროცესებში, რომლებიც მიმდინარეობს საფონდ ბირჟებსა და მარკეტებშ, ბევრი მათგანი ხასიათდება პერიოდულობით,ასევე საინჟინრო ამოცანებში ვიბრაციის თემასთან დაკავშირებული პრობლემები და ასე შემდეგ, აქედან გამომდინარე სპექტრის სწორ შეფასებას და პერიოდულობის დადგენას ძალიან სასიცოცხლო მნიშვნელობა გააჩნია ასეთი ტიპის პროცესების სწორედ დადგენასა და ახლოს მდგარი სინუსოიდული კომპონენტების ერთმანეთისგან გარჩევაში

კვლევის სიახლე

- შემუშავებული იქნა პერიოდული დეტერმინირებული კომპონენტებისგან შემდგარი მწკრივების ფსევდოსპექტრის შეფასების ახალი მეთოდი,

რომელიც მნიშნელოვნად ზრდის ფსევდოსპექტრის შეფასების გარჩევადობის უნარს

- შემოთავაზებული იქნა დროითი მწკრივის აპროქსიმაციის ახლაი მიდგომა დაბალ რანგიანი აპროქსიმაციის მეთოდზე დაფუძნებით
- შემოთავზებული იქნა ახალი იტერაციული მეთოდი მონაცემთა მატრიხის სინგულარული მნიშვნელობებად განშლის
- შემოტანილი იქნა ცნებები დაბალ რანგიანი აპროქიმაციის რიგის და სინგულარული დროის განშლის
- ნაჩვენები იქნა რომ მონაცემთა მატრიცის მარცხენა და მარჯვენა სინგულარული ვექტორებს და თავდაპირველ მწკრივს აქვთ იდენტური ფსევდოსპექტრალური სტრუქტურა
- ნაჩვენები იქნა რომ სინგულარული ვექტორების გაერთიანებით,ჩვენ ვზრდით სინგულარული განშლის დროს, რაც მნიშნელოვნად ზრდის სტატისტიკურ სტაბილურობას და ფსევდოსპექტრის შეფასების გარჩევადობას
- მაგალითების გამოყენებით, თეზისში ნაჩვენები იქნა მიღებული შედგების სტატისტიკური და პრაქტიკული სარწმუნოობა
- შემუშავებული პროგრამული უზრუნველყოფის მეშვეობით, ჩაატრებულ გაანგარიშებათა საფუძველზე, მოყვანილია შემოთავაზებილი და არსებული მეთოდების შედარებითი ანალიზი, რომელიც ცხადჰყოფს ახალი მეთოდის ეფექტიანობას

კვლევის თეორიული &პრაქტიკული მნიშნელობა

კვლევას გააჩნია ძალიან დიდი პრაქტიკული მნიშვნელობა, ვინაიდან არასტაციონარული მწკრივების სპექტრის შეფასების გაუმჯობესებული ახალი მიდგომის შემუშავება და სპექტრალური გარჩევადობის ამოცანის გადაწყვეტა უამრავი პრაქტიკული და საინჟინრო ამოცანების გადაწყვეტის მეთოდების ეფექტურობას მნიშვნელოვნად გაზრდის

თეზისის სტრუქტურა

თეზისი შედგება შესავალი ნაწილისგან, ლიტერტაურის მიმოხილვისგან, თეორიული ნაწილისგან, პრაქტიკული თავისგან, დასკვნა, აფენდიქსები, 43 ფიგურისგან, 36 ცხრილისგან და 40 გამოყენებული ლიტერატურისგან

კვლევის ძირითადი შემადგენელი ნაწილი

თავი პირველი

თავი პირველში თანამედროვე კლასიკური სპექტის შეფასების მეთოდების განხილვა და მათი კრიტიკული ანალიზი მოხდა.კრიტიკულმა ანალიზმა აჩვენა რომ ,მიუხედავად ამ მეთოდების პოპურალურობისა, ისინი ხასიათდება დაბალი გარჩევადობის უნარის რამოდენიმე მიზეზის გამო .1.მათი უმთავრესი დაშვება არის ის რომ პროცესი არის სტაციონარული(როგორც ეს არის დაშვებული ავტორეგრესიული მოდელის დროს),ასევე კორელაციური მატრიცის გადაგვარებულობა(ეს პრობლემა ჩვენ გვხვდება საკუთრივი მნიშნელობეებზე დაფუძნებული ანალიზის დროს) , და არაწრფივი რეგრესიულობის პრობლემა(რაც ჩვენ გხვდება პრონის მეთოდის დროს-კლებადი ამპლიტუდების მქონე სინუსოიდული მოდელის ანალიზი) მნიშნელოვნა ამცირებს გარჩევადობის უნარს და ასევე ქმნის სპექტრის შეფასების სტატსიტიკურ არასტაბილურობას.აქედან გამომდინარე შემდგომი კვლევის მიზნები იქნა დასახული

კვლევის მიზნები

1. შემუშავდეს პერიოდული დეტერმინისტული კომპონენტებისგან შემდგარი დროითი მწკრივიდან ფსევდოსპექტრის შემუშავების ახალი მეთოდი რომელიც მნიშვნელოვნად გააუმჯობესებს გარჩევადობის უნარს
2. დროითი მწკრივის აპროქსიმაციის ახალი მეთოდის შემოთავაზება დაფუძნებული დაბალ რანგიანი ტენზორული აპროქსიმაციაზე
3. მონაცემთა მატრიცის სინგულარული მნიშვნელობებად დაშლის ახალი იტერაციული მეთოდის შემოთავაზება
4. დაბალ რანგიანი აპროქსიმაციის რიგის მცნების და სინგულარული განშლის დროის მცნების შემოტანა

5. ვაჩვენოთ რომ მონაცემთა მატრიცის მარცხენა და მარჯვენა სინგულარული ვექტორებს და თავდაპირველ დროით მწკრივს გააჩნიათ ეკვივალენტური ფსევდოსპექტრის სტრუქტურა
6. ვაჩვენოთ რომ სინგულარული ვექტორების გაერთიანებით, ჩვენ ვზრდით სინგულარული განშლის დროს, რომელიც ასევე ზრდის სტატისტიკურ სტაბილურობას და გარჩევადობას ფსევდსპექტრის შეფასებაში
7. თეზისში მოცემული მაგალითებზე დაფუძნებით ვაჩვენოთ მოცემული შედეგის პრაქტიკური და სტატისტიკური სანდოობა
8. პრაქტიკული მაგალითებზე დაყრდნობით, მოხდეს თეზისში შემუშავებული მეთოდის და არსებული მეთოდების შედარებითი ანალიზი სპეციალური პროგრამული უზრუნველყოფის მეშვეობით,რომელიც დაადასტურებს არსებული მეთოდის ეფექტურობას

თავი 2

გარჩევადობის ინდექსი

გარჩევადობის ინდექსი წარმოადგენს ერთ-ერთ უმთავრეს ხარისხის მახასიათებელს ნებისმიერი სპექტრალური გამოკვლევის მეთოდების,გარჩევადობის ინდექსის ტერმინის ქვეშ ჩვენ ვგულისხმობთ უნარს გაარჩიოს ორი ერთმანეთთან მდგარი სინუსოიდული კომპონენტ რომლებიც ახლოს დგანან სიხშირეში და ამპლიტუდებში (Milnikov, 2014), (Datuashvili, Mert, & Milnikov, 2014), (Milnikov, 2013).ჩვეულებრივ იგულისხმება რომ ორი სინუსოიდის სიხშირის გაბნევა არ შეიძლება იყოს ნაკლები იმ სპექტრის ფანჯრის სიხშირული ზოლის B_e სიგანეზე, რომლის საშუალებითაც შესაძლებელია ამ სინუსოიდების მონაკვეთებზე დაკვირვება (Marple, 1987). პერიოდული დეტერმინისტული კომპონენტებისგან შედგენილი მწკრივისთვის $B_e T_o \approx 1$,სადაც T_0 მთლიანი დაკვირვების დრო წამებში, აქედან გამომდინარე სპექტრალური რეზოლუცია წარმოადგენს T_0. ის შებრუნებულ სიდიდეს.როდესაც ჩვენ გვაქვს ისეთი მწკრივი რომელიც შეიცავს სტოჰასტურ ნაწილს, მაშინ განსხვავებული შეფასების კრიტერიუმი გამოიყენება სპექტრალური შეფასებისთვის-კერძოდ სამმაგი ნამრავლი $QT_e B_e$, სადაც Q –ხარისხის სტატისტიკური მაჩვენებელი,არის სიგნალ/ხმაურის

ინვერტიული(შებრუნებული ფარდობა)(SNR-Signal/Noise Ratio),რომელიც დაკავშრებულია შექტრული შეფასების სტატსიტიკურ მდგარობასთან, არსებული პრინციპის მიხედვით,შეუძლებელია მოცემული მწკრივისთის ერთდრულად გვქონდეს მაღალი გარჩევადობა და ასევე მაღალი სტატიკური სტაბილურობა(Marple, 1987), ასევე გასათვალისწინებელია რომ გარჩევადობის უნარი არ გაიზრდება თუკი ჩვენ გავზრიდ ანათვლების რაოდენობას ამორჩევის სიხშირის ცვალებით, ვინაიდან გარჩევადობუს უნარი დამოკიდებულია მთლიან დაკვირვების დროზე და არა ნიმუშების რაოდენობაზე

ერთდროულად სპექტრალური გარჩევადობის და სტატსიტიკური სტაბილურობის გაზრდა წარმოადგენს ერთ-ერთ უმთავრეს მახასიათებელს იმ მეთოდის რომელიც შემუშავდა თეზისში. ერთი შეხვედით ეს ეწინააღმდეგება არსებულ პრინციპს,მაგრამ უნდა ითქვას რომ დებულებები Propositions 1 და 2 დეტერმინისტული და დებულებები 3 და 4 შემთხვევით მწკრივებისთვის საშალებას გვაძლევს: 1. გავზარდოთ მთლიანი დაკვირვების დრო T_0 და 2. შევამციროთ Q ის მნიშვნელობა,რაც დაკავშრებულია სწორედაც სპექტრალური შეფასების სტატისტიკური სტაბილურობის გაზრდასთან (Sturrock, Scargle, Walther, & Wheatland, 2005)

ეკვივალენტური ფსევდოსპექტრალური სტრუქტურის განსაზღვრება

დეტერმინისტურ არეაში I_d მოთავსებული პიკების რაოდენობა m და მათ შესაბამისი სიხშირეთა ვექტორი f_i (i=1,2,…,m) წარმოადგენენ ფსევდოსპექტრის შეფასების უმნიშვნელოვანეს მახასიათებლებ,რადგან ისინი საშუალებას გვაძლევენ შემოვიტანოთ მცნება ფსევდოსპექტრის სტრუქტურა

დავარქვათ მოცემული დროითი მწკრივის სიხშირეთა f_i ვექტორს ისე რომ $P_i = p(f_i) \in I_d \ (i = 1,2,\ldots,m)$, სადაც I_d დეტერმინისტური არე, დროითი მწკრივის ფსევდოსპექტრალური სტრუქტურა

ფსევდოსპექტრალური სტრუქტურის მცნების განმარტება საბოლოოდ საშალებას გვაძლევს შემოვიტანოთ მცნება ორი მწკრივის ფსევდოსპექტრალური სტრუქტურის ეკვივალენტობის.დავუშათ მოცემული ორი მწკრივი რომლებსად გააჩნიათ

დეტერმინისტური არეს I_{d_1} და I_{d_2}, ასევე დაუშვათ რომ მოცემულია $P_{i1} \in I_{d_1}\ (i=1,2,\ldots,m_1)$ და $P_{i2} \in I_{d_2}\ (i=1,2,\ldots,m_2)$ დეტერმინისტური კომპონენტების შესაბამისი პიკები რომლებიც ეკუთვნის ზევით მოცემულ არეებს I_{d_1} და I_{d_2} შესაბამისად. (Milnikov, 2014)

განსაზღვრება 2. ორ მწკრივს აქვს ეკვივალენტური სტრუქტურა თუკი

$m_1 = m_2 = m$;

$p^{-1}(P_{i1}) = p^{-1}(P_{i2}), \quad i = 1,2,\ldots,m.$

პირველი კრიტერიუმი ამოწმებს თუკი შედარებულ ფსევდოსპექტრებს აქვთ ერთნაირი რაოდენობის კომპონენტები,ხოლო მეორე კრიტერიუმი ამოწმებს მათი შესაბამისი სიხშირეების ტოლობას.სიხშირეები წრმოიდგინება პიკების უკუშექცეული ასახვით p^{-1}.მეორე განმარტება მოითხოვს სტოხასტური ნაწილის შემოწმებას, რადგან ეკვივალენტური სტრუქტურა მთლიანად დამოკიდებულია დეტერმინისტურ კომპონენტებს და საერთოდ არ ითვალისწინებს ხმაურის ნაწილს

სინგულარული ვექტორების ფსევდოსპექტრალური სტრუქტურა

მხოლოდ დეტერმინისტული პერიოდული კომპონენტების შემცველი დროითი მწკრივი

განვიხილოთ დროითი მკწრივის ანათვალი წარმოდგენილი x[1], x[2],…,x[N] ,სახით სადაც N დროითი მწკრივის სიგრძე. მისი მონაცემთა მატრიცა წარმოდგენილია ასეთი სახით,სადაც

$$X_d = \begin{vmatrix} x[1] & x[2] & \ldots & x[p] \\ x[2] & x[3] & \ldots & x[p+1] \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x[N-p] & x[N-p+1] & \ldots & x[N] \end{vmatrix}.$$

X_d მართკუთხა $p \times l$ ზომის მატრიცა სადაც 0<p<N და l=N-p.

დაბალრანგიანი ტენზორული აპროქსიმაცია მოცემული მატრიცის წარმოიდგინება ასე

$$X_d = \sum_{i=1}^{q} \lambda_i (u_i \otimes v_i)$$

Where

სადაც $\otimes$ -აღნიშნავს ტენზორულ ნამრავლს

q- აპროქსიმაციის რიგი (q≤r)

r (r≤min(p,l)) –არის X_d მატრიცის რანგი

λ_i - სინგულარული მნიშნელობები X_d მატრიცის

u_i წარმოადგენს v_i – მარცხენა და მარჯვენა სინგულარულ ვექტორებს მოცმეული X_d, მატრიცის

მოცემული თემის გარშემო მნიშვნელოვანი თეორიული ასპექტები და დამტკიცებები მოცემულია თეზისში, ხოლო მოცემულ აბსტრაქტში აუცილებელია ხაზი გაესვას ორ უმნიშვნელოვანეს დებულებას რომლებიც დაკავშირებულნი არიან სინგულარი ვექტორების სპექტრალურ თვისებებთან

დებულება 1.მონაცემთა მატრიცის შესაბამისი არანულოვანი სინგულარული მნიშვნელობების ყველა 2m სინგულარული ვექტორი(მარცხენა და მარჯვენა) წარმოადგენენ პერიოდული დეტერმინისტური კომპონენტების წრფივ კომბინაციას

დებულება 2. მონაცემთა მატრიცის არანულოვან სინგულარი მნიშვნელობების შესაბამისი 2m სინგულარული ვექტორებს გააჩნიათ ერთნაირი ფსევდოსპექტრალური სტრუქტურა და ეს სტრუქტურა წარმოადგენს თავდაპირველი მწკრივის ფსევდოსპექტრალური სტრუქტურის იდენტურს

ხმაურში დეტერმინირებული პერიოდული კომპონენტების შემცველი დროითი მწკრივი

როდესაც დროითი მწკრივი მოცემული ხმაურში დეტერმინირებული პერიოდული კომპონენტების ჯამის სახით,მაშინ მთლიანი მონაცემი შეიცავს ხმაურს, რაც იმას ნიშნავს რომ სინგულარული ვექტორები მხოლოდ დეტერმინირებულ კომპონენტებს კი არ შეიცავენ , არამედ პერიოდულ კომპონენტებს და ხმაურს.მოცემული მატრიცის რანგი X_d უდრის მინიმუმ რიცხვს(p,l) შორის და მეტია ვიდრე m, ანუ მიზანია 2m +1 (m ამპლიტუდა და სიხშირე) პარამეტრების გამოკვლება.როგორც დამტკიცდა ეს დებულება 1 ში,დეტერმინისტური კომპონენტები წარმოდგენილნი არიან მხოლოდ პირველ m სინგულარულ მნიშვნელობებშ (Datuashvili, Mert, & Milnikov, 2014), (Milnikov, 2014), (Milnikov, 2013)

$$X_d = \sum_{i=1}^{m} \mu_i (u_i \otimes v_i) + \sum_{i=m+1}^{\min(p,l)} \mu_i (u_i \otimes v_i) =$$
$$= \sum_{i=1}^{m} (\lambda_i + \varepsilon_i)(u_i \otimes v_i) + \sum_{i=m+1}^{\min(p,l)} \mu_i (u_i \otimes v_i) \qquad (2.28)$$

მნიშვნელოვანი დებულებები და შედეგი იქნა შემუშავებული ასეთი მწკრივის შემთხვევაში

დებულება 3. მთავარი სინგულარული ვექტორები(მარცხენა და მარჯვენა)მოცემული მონაცემთა მატრიცის X_d, არიან წრფივი კომბინცია დეტერმინისტური და ხმაურის შემცველი კომპონენტების,ხოლო არამთაავრი სინგულარული ვექტორები შეიცავენ მხოლოდ ხმაურს (Milnikov, 2014)

დებულება 4..მთავარი სინგულარული ვექტორებს (მარჯვენა და მარცხენა) მოცემული მონაცემთა მატრიცის აქვთ იდენტური ფსევდოსპექტრი და ეს ფსევდოსპექტრული სტრუქტურა თავდაპირველი მწკრივის ფსევდოსპექტრული სტრუქტურის იდენტურია.ხოლო დანარჩენ სინგულარულ ვექტორებს გააჩნიათ მხოლოდ ხმაურის სპექტრის შესაბამისი სტრუქტურა

დებულება 5..მონაცემთა მატრიცის მთავარი სინგულარული ვექტორები(მარცხენა და მარჯვენა) წარმოადგენენ პერიოდული კომპონენტებისა და ხმაურის შემცველი ნაწილის წრფივ კომბინაციას,ხოლო დანარჩენი სინგულარული ვექტორები წარმოადგენენ მხოლოდ ხმაურის შემცველი კომპონენტების წრფივ კომბინაციას

.მოცემული თეორემების და დებულებებზე დაყრდნობით, ჩვენ დავამტკიცეთ რომ სინგულარული ვექტორების ფსევდოსპექტრალური სტრუქტურა იდენტურია თავდაპირველი მწკრივის ფსევდოსპექტრალური სტრუქტურის.მთავარი სინგულარული ვექტორები წარმოადგენენ დეტერმინირებული კომპონენტების წრფივ კომბინაციას

თავი მესამე

სპექტრის შეფასების რიცხვითი მაგალითები

ამ ნაწილში ჩვენ შემოვიტანთ ფსევდოსპექტრის შეფასებაში ორი პიკის გარჩევადობის კრიტერიუმს, მიჩნეულია რომ პერიოდული კომპონენტების შესაბამისი ორი პიკი გაირჩევა ერთამენთისგან თუ მათ შორის ღრმული ნაკლებია 3 დეციბელზე,ამიტომ ორი პიკის ერთმანეთისგან გასარჩევად შემოვიტანოთ ქვევით მოცემული გარჩევადობის კოეფიციენტი (Datuashvili, Mert, & Milnikov, 2014)

$$S(f)=\frac{P(f_j)}{P(f_i)}\geq 10^{0.3}\ (i\neq j), \qquad (3.1)$$

სადაც $P(f_j)$ - f_j სიხშირეზე შესადარებელი პიკიდან უმცირესი პიკია ;

$P(f_i)$ - f_i სიხშირეზე ღრმულის სიდიდეა

შეზღუდული გვერდების რაოდენობის გამო, ამ აბსტრაქტში შემოგთავაზებთ მხოლოდ ერთ მაგალითს შედარებითი ანალზის თეზისში შემუშავებული მეთოდის და არსებული კლასიკური მეთოდებს შორის

პერიოდული დეტერმინირებული სიგნალის სპექტრის შეფასების მეთოდების შედარებითი ანალიზი მაღალი ინტენსიურობის ხმაურის დროს

განვიხილოთ ქვევით მოცემული სიგნალი ხმაურთან ერთად

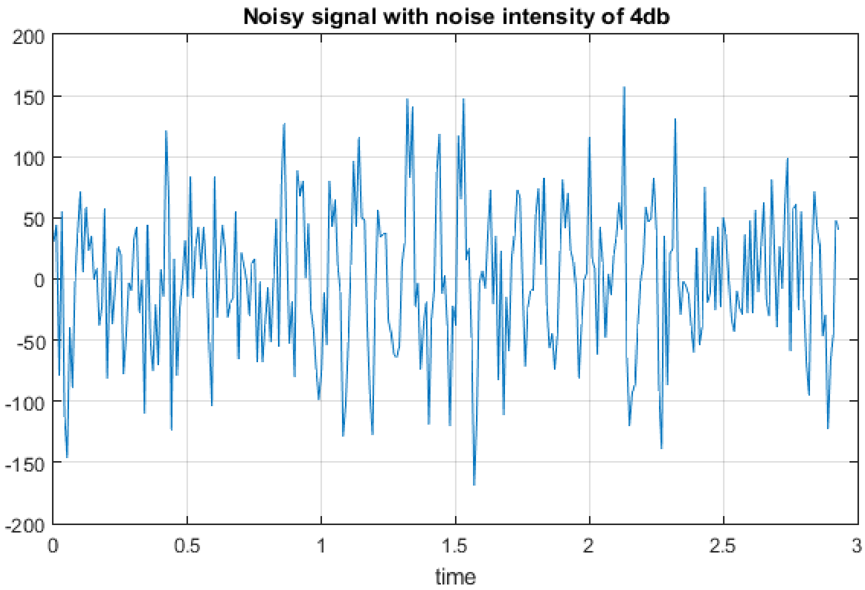
$x(t)=A_1\sin(2\pi f_1 t)+A_2\cos(2\pi f_2 t)+w(t)$

თეთრი ხმაურის ინტენსიურობა მოცემულ სიგნალთან არის 4 დეციბელი,ანათვლების სიგრძე არის $N=294$,ამორჩევის სიხშირე $f_s=100Hz$, შესაბამისად ანათვლების პერიოდი to $t_s=\frac{1}{f_s}=0.01$ და მთლიანი დაკვირვების დროს უდრის $T_0=N*t_s=2.94\ sec$, გარჩევადობის სიხშირე $f_r=\frac{1}{T_0}=0.34Hz$,ამპლიტუდები არჩეულნი იქნა როგორც$A_1=40, A_2=30\ units.$

შემთხვევა როდესაც სიხშირეთა სხვაობა მეტია გარჩევადობის სიხშირეზე ხმაურის შემცველი სიგნალის დროს

განვიხილოთ დროითი მწკრივი რომელიც მოცემულია ზემოთ მოცემული მოდელის სახით,მაგრამ სიხშრეები არის $f_1=10Hz, f_2=10.5Hz,$ ეს აკმაყოფილებს კიდეც მოთხოვნას რომ სიხშირეთა სხვაობა მეტია ამორჩევის სიხშირეზე $\Delta f=f_2-f_1=$

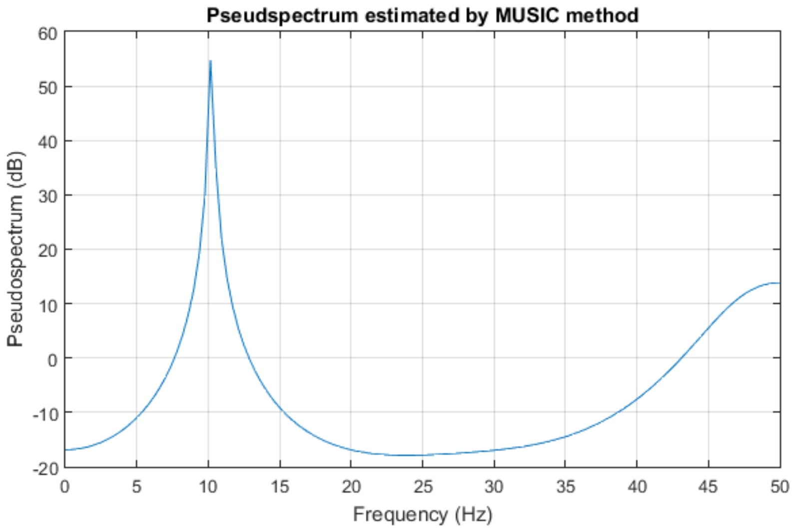
$10.5 - 10 > f_r$,ქვევით მოცემულია ამ პარამეტრებით გენერირებული სიგნალის გრაფიკული გამოსახულება



ფიგურა 1 4დეციბელი ხმაურის შემცველი სიგნალი,სიხშირეები არიან $f_1 = 10Hz, f_2 = 10.5Hz$

როგორც ეს ჩანს ნახაზიდან, უმეტესი ნაწილი მოცემული სიგნალის დაფარულია ხმაურის ,ისე რომ კომპონენტებისა და მათი შესაბამისი სიხშირეების იდენტიფიკაცია გართლებულია,შედარებისთვის განვიხილოთ სამი კლასიკური მეთოდი 1.MUSIC(multiple signal classification) მეთოდი, 2.Eig(Eigenvector) ალგორითმი 3.Periodogram(კლასიკური არაპარამეტრული) ალგორითმი. MUSIC და Eigenvector მეთოდები დაკავშირებულნი არიან კორელაციური მატრიცის შესაბამისი ხმაურისა და სიგნალის ქვესივრცეებიდან სიხშირეების დადგენის მეთოდებთან, განვიხილოთ MUSIC მეთოდი რომელსაც სპეციალურ პროგრამულ ენა მათლაბში ექნება ასეთი სახე

```
[S,f] = pmusic(x,4,[],100);
hps = dspdata.pseudospectrum(S,'Fs',100);
figure; plot(hps);
```

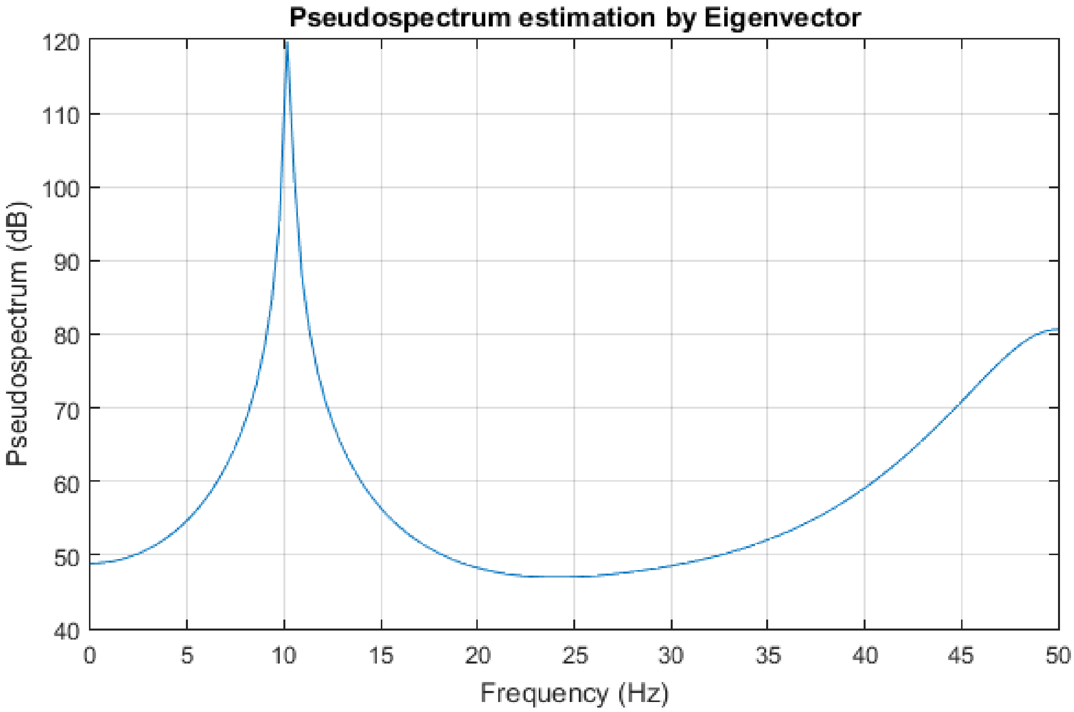


ფიგურა 2 ფსევდო სპექტრის შეფასება MUSIC მეთოდით 4db ხმაური, სიხშირეები და ამპლიტუდები უცვლელია

როგორც ვხედავთ MUSIC მეთოდმა ვერ შეძლო ახლოს მდგარი სიხშირეების გარჩევა, განვიხილოთ ეხლა Eigenvector მეთოდი,რომელსაც მათლაბში ექნება ასეთი სახე

```
[S,f] = peig(x,4,[],100);
hps = dspdata.pseudospectrum(S,'Fs',100);
figure; plot(hps);
```

.მეორე შემოთავაზებულმა მეთოდმაც ვერ შეძლო გარჩევა ახლოს მდგარი სიხშირეების რაც აშკარად მათ დაბალ გარჩევადობის უნარზე მიუთითებს შედეგი მოცემულია ფიგურა 34 ზე

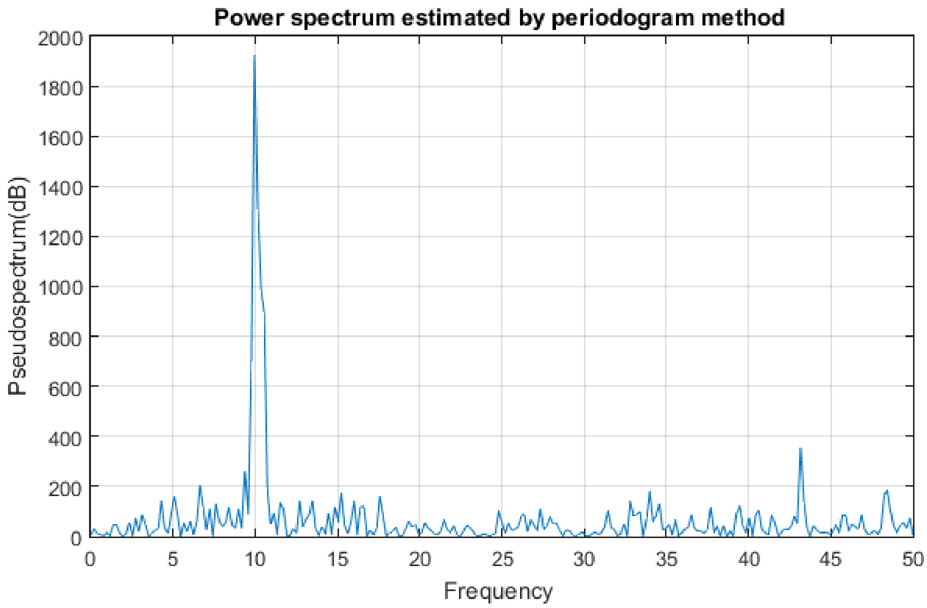


ფიგურა 3 ფსევდოსპექტრის შეფასება Eigenvector მეთოდის მეშვეობით, ხმაურის ინტენსიურობა 4 დეციბელი

განვიხილოთ სპექტრის შეფასება პერიოდოგრამის მეშვეობით, რომელიც მათლაბში ჩაიწერება ასე

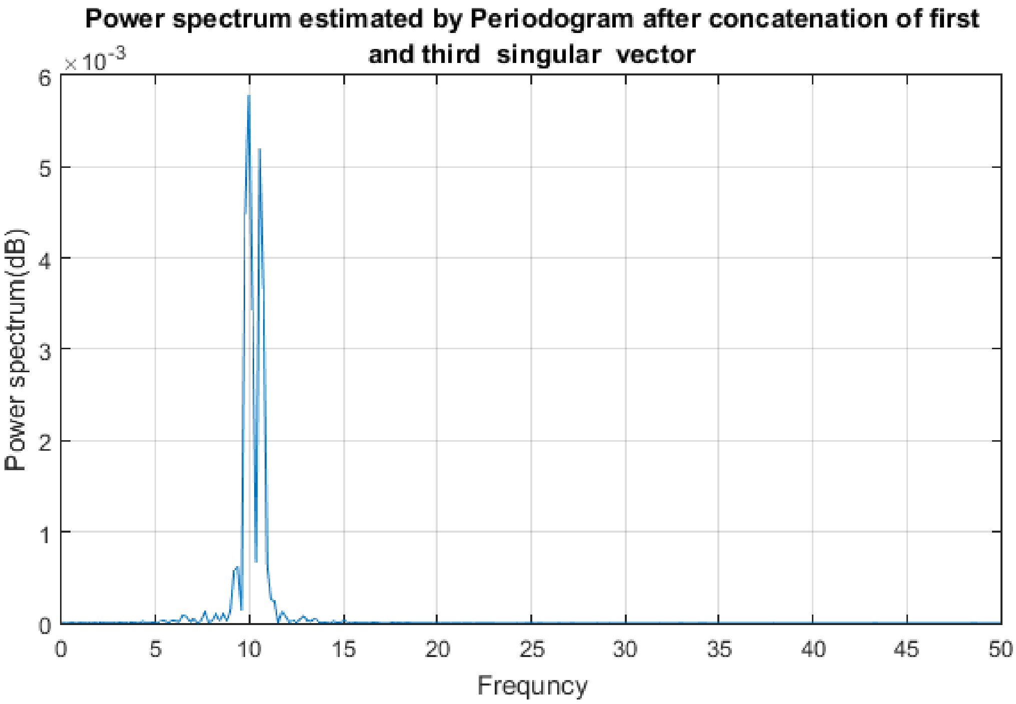
```
[pxx,f]=periodogram(x, [], [], fs);
plot (f,pxx)
```

შედეგი მოცემულია ფიგურა 35 ზე, მოცემულ ფუნქციაზე x-დროითი მწკრივია, fs- ამორჩევის სიხშრე, ხოლო [pxx,f] -კი შეფასებული სიმძლავრის სპექტრი და მისი შესაბმისი სიხშირეთა ვექტორი



ფიგურა 4 სიმძლავრის სპექტრის შეფასება periodogram მეთოდის მეშვეობით, ხმაურიანი სიგნალი,ხმაურის ინტენსიურობა 4db, $f_1 = 10Hz, f_2 = 10.5Hz$

სანამ უშუალოდ ახლად შემუშავებული მეთოდზე გადავიდოდეთ, უნდა ითქვას რომ ყველა განხილული მეთოდის შემთხვევაში ,მიუხედავად მათი პოპულარულობისა, ვერც ერთმა შეძლო ახლოს მდგარი კომპონენტების გარჩევა, ჩვენ განხილვა გვქონდა მაღალი ინტენსიური ხმაურის შემცველი სიგნალის, რომელთა ინტენსიურობა არსებულ სიგნალთან არის 4 დეციბელი რაც იმას ნიშნავს, რომ თანაბრად განაწილებული დამოუკიდებელი შემთხვევითი სიდიდეების ვარირების დიაპაზონი უდრის ± 10,განვიხილოთ მონაცემთა მატრიცა რომელთა განზომილება არის X 185X110, რაც იმას ნიშნავს რომ სინგულარული მნიშვნელობებით განშლის შემდეგ, მარცხენა სინგულარული მატრიცის განზომილება იქნება185X185 და მარჯვენასი 110X110, პირველი და მესამე სინგულარული ვექტორების გაერთიანების შედეგად მიღებული ახალი მწკრივის სპექტრული შეფასების შედეგი ნაჩვენებია ქვევით სურათზე



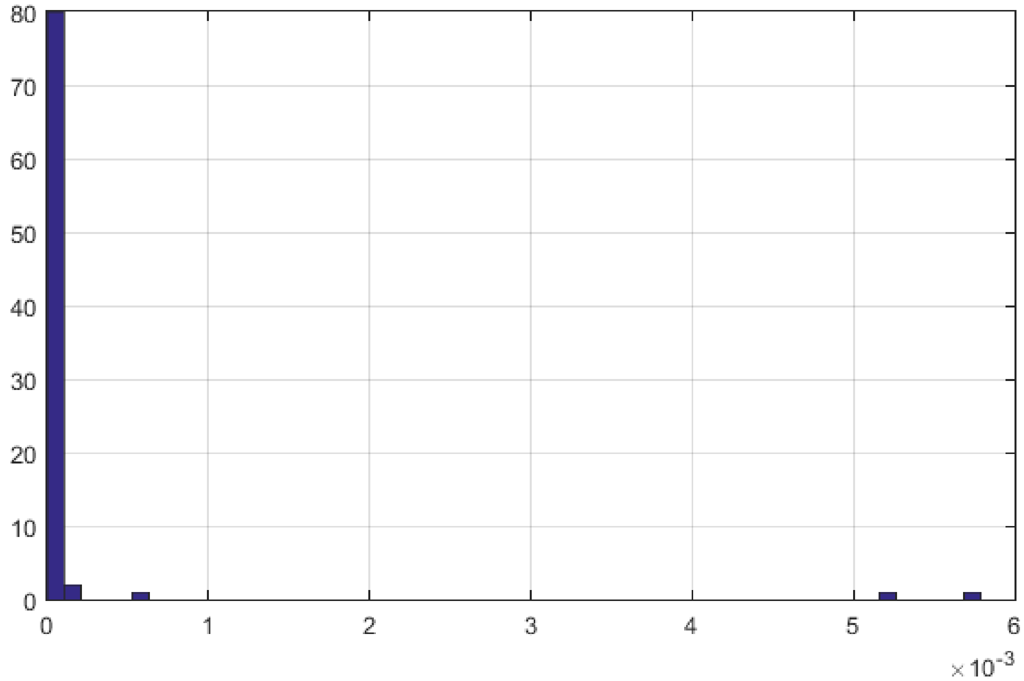
ფიგურა 5 სიმძლავრის სპექტრის შეფასება პერიოდოგრამის მეთოდი ახალ მწკრივზე რომელიც მიღებულია პირველი და მესამე სინგულარული ვექტორების მეშვეობით

სინგულარული ვექტორების გაერთიანებამ საშალება მოგვცა ამორჩევის სიხშირე უცვლელი დატოვებულიყო,ხოლო მთლიანი დაკვირვების დრო გაიზარდა

$T_{new} = 3.7sec,$ მდე, ყურადღება მივაქციოთ იმ ფაქტს რომ თავდაპირელი მწკრივისთის გარჩევადობის სიხშირე იყო $0.34Hz$, ხოლო ახალი მწკრივისთვის ეს უდრის $0.27Hz$ რომელმაც საშალება მოგვცა გაგვერჩია ორივე პიკი,გარდა ამისა ეს გარჩევადობა საიმედოა რომელიც ადვილად შეიძლება დამტკიცდეს ჩვენს მიერ შემოტანილი გარჩევადობის კრიტერიუმის მიხედვით (Datuashvili, Mert, & Milnikov, 2014)

$$S(f) = \frac{P(f_j)}{P(f_i)} \ge 10^{0.3}\ (i \ne j)$$

განვიხილოთ ფსევდოსპექტრალური სურათი ჰისტოგრამის მეშვეობით, რომელიც წარმოადგენს შეფასებული სიმძლავრის სპექტრიდან პიკების განაწილებას ჰისტოგრამის მეშვეობთ, ქვევით მოცემული სურათი ცხადჰყოფს რომ მოხდა მკაფიოდ გამოყოფა პერიოდულო კომპონენტების ნაწილის ხმაურის არისგან



ფიგურა 6 სიმძლავრის სპექტრის შესაბამისი პიკების განაწილების ჩვენება ჰისტოგრამის მეშვეობით

სიხშირეების შეფასება უკვე ადვილია და იგი თავისუფლას შეიძლება მოხდეს წინასწარ დაწერილი მათლაბის კოდის მეშვეობით(ეს კოდი მოცემულია თეზისის დამატებით ნაწილში კერძოდ B ნაწილში).მოცემული მაგალითისთვის შეფასებული სიხშირეები უდრის $f_1 =$ 9.9609Hz,$f_2 = 10.5469Hz$, ეხლა განვიხილოთ უკვე გამოკვლეული სიხშირეებზე დაფუძნებით, რეგრესიული ანალიზის შედეგები

Regression Statistics	
Multiple R	0.564528122
R Square	0.318692001
Adjusted R Square	0.309262132
Standard Error	48.99249629
Observations	294

ცხრილი 25 რეგრესიული ანალიზი შეფასებული სიხშიეებისთვის როცა სიხშირეთა სხვაობა მეთია გარჩევადობის სიხშირეზე და გვაქვს მაღალი ინტენსიურობის ხმაური

ANOVA					
	df	*SS*	*MS*	*F*	*Significance F*
Regression	4	324477.55	81119.39	33.79601748	3.89675E-23
Residual	289	693676.4961	2400.265		
Total	293	1018154.046			

ცხრილი 1 დისპერსიული ანალიზი მაღალი ინტენსიურობის ხმაურის დროს შეფასბეულ სიხშირეებზე

	Coefficients	*Standard Error*	*t Stat*	*P-value*
Intercept	-1.621848083	2.857517704	-0.56757	0.570766012
$\boldsymbol{\alpha_1}$	38.73152313	4.087735187	9.475057	1.00555E-18
$\boldsymbol{\beta_1}$	11.36050279	4.076441161	2.786868	0.005674446
$\boldsymbol{\alpha_2}$	25.07853108	4.079035174	6.148153	2.59889E-09
$\boldsymbol{\beta_2}$	16.93307867	4.08468556	4.145504	4.45981E-05

ცხრილი 27 რეგრესიული მოდელის შეფასება გამოკვლეულ სიხშირეებზე.იგივე სიმძლავრის ხმაური

მოცემული კოეფიციენტებისგან შეგვიძლია უკვე თავისუფლად პარამეტრების გამოკვლევაც $A_1 = 40.36, A_2 =$ 30.25,რომელიც რეალური ამპლიტუდების ტოლ მნიშვნელობებს წარმოადგენს, ეხლა განვიხილოთ იგივე რეგრესიული ანალიზი რეალურ სიხშირეებზე

Regression Statistics	
Multiple R	0.596000472
R Square	0.355216563
Adjusted R Square	0.346292225
Standard Error	47.66117675
Observations	294

ცხრილი 2 რეგრესიული ანალიზი რეალურ სიხშირეებზე

ANOVA					
	df	*SS*	*MS*	*F*	*Significance F*
Regression	4	361665.1807	90416.3	39.80312642	1.51024E-26
Residual	289	656488.8654	2271.588		
Total	293	1018154.046			

ცხრილი 3 დისპერსიული ანალიზი მაღალი ინტენსიური ხმაურის დროს.რეალური სიხშირეებზე

	Coefficients	*Standard Error*	*t Stat*	*P-value*
Intercept	-1.602817021	2.779971193	-0.57656	0.564686276
$\boldsymbol{\alpha_1}$	43.2471426	4.022730687	10.75069	6.72247E-23
$\boldsymbol{\beta_1}$	-3.370644475	4.029194565	-0.83656	0.403533698
$\boldsymbol{\alpha_2}$	34.66073449	4.026170587	8.608859	4.83444E-16
$\boldsymbol{\beta_2}$	4.561553768	4.025352492	1.133206	0.258066952

ცხრილი 4 რეგრესიული მოდელის შეფასება

და რეალური სიხშირეებზე შეფასებული ამპლიტუდები უდრისe $f_1 = 43.37, A_2 = 34.95$, რაც ცხადია გამოწვეულია მაღალი ინტენსიური ხმაურით, ასევე რეგრესიულმა ანალიზმა აჩვენა ხმაურის გავლენა მოდელის შეფასებაზე. ჩვენს მიერ შემოთავაზებული მეთოდმა აჩვენა შესამჩნევი უპირატესობა სხვა მეთოდებთან შედარებით 2 ასპექტში .1 შესამჩნევად გამოკვეთილი და გაზრდილი გარჩევადობის უნარი რომელიც არ გვხდება არსებულ კლასიკური მეთოდების ანალიზის დროს 2. ფილტრის ეფექტი , მაშინ როდესაც თავდაპირველ მწკრივში ხმაურის დონე იყო შესამჩნევად მაღალი,სინგულარული ვექტორების გაერთიანებისგან შემდგარ დროით მწკრივში სიგნალის დონე მნიშვნელოვნად არის შემცირებული რაც მიუთითებს ამ მეთოდის ფილტრაციის უნარზეც

დასკვნა

დისერტაციაში მიღებული იქნა შემდგომი სამეცნიაერო სიახლე და პრაქტიკული შედეგი

1 შემუშავებული იქნა პერიოდული დეტერმინირებული კომპონენტებისგან შემდგარი მწკრივების ფსევდოსპექტრის შეფასების ახალი მეთოდი, რომელიც მნიშნელოვნად ზრდის ფსევდოსპექტრის შეფასების გარჩევადობის უნარს

2 შემოთავაზებული იქნა დროითი მწკრივის აპროქსიმაციის ახლაი მიდგომა დაბალ რანგიანი აპროქსიმაციის მეთოდზე დაფუძნებით

3 შემოთავზებული იქნა ახალი იტერაციული მეთოდი მონაცემთა მატრიხის სინგულარული მნიშვნელობებად განშლის

4 შემოტანილი იქნა ცნებები დაბალ რანგიანი აპროქიმაციის რიგის და სინგულარული დროის განშლის

5 ნაჩვენები იქნა რომ მონაცემთა მატრიცის მარცხენა და მარჯვენა სინგულარული ვექტორებს და თავდაპირველ მწკრივს აქვთ იდენტური ფსევდოსპექტრალური სტრუქტურა

6 ნაჩვენები იქნა რომ სინგულარული ვექტორების გაერთიანებით,ჩვენ ვზრდით სინგულარული განშლის დროს, რაც მნიშნელოვნად ზრდის სტატისტიკურ სტაბილურობას და ფსევდოსპექტრის შეფასების გარჩევადობას

7 მაგალითების გამოყენებით, თეზისში ნაჩვენები იქნა მიღებული შედგების სტატისტიკური და პრაქტიკული სარწმუნოობა

8 შემუშავებული პროგრამული უზრუნველყოფის მეშვეობით, ჩაატრებულ გაანგარიშებათა საფუძველზე, მოყვანილია შემოთავაზებილი და არსებული მეთოდების შედარებითი ანალიზი, რომელიც ცხადჰყოფს ახალი მეთოდის ეფექტიანობას

გამოქვეყნებული სტატიების სია

1. Datuashvili D., Mert C., Milnikov A. (2014). New Approach to Detecting Deterministic Periodic Components in Noise. Proceedings of the 5th international Conferences on Circuits, Systems, Communications, Computers and Applications (CSCCA'15), Salerno, Italy, p. 70-75
2. Milnikov A., Datuashvili D. (2014). Iterated SVD for Improving Spectral Resolution of Nonstationary Signal. *IBSU,Journal of Technical Science and Technologies*, Vol 3, No 1 p 5-8

3. Datuashvili D. (2014). Improving Spectral Resolution of a Stationary Signal Using Singular Value Decomposition, IBSU,Journal of Technical Science and Technologies, Vol 3, No 2, p.31-34